

Российская академия наук  
Институт космических исследований

Пр-2154

В.А.Горшков

Особенности миграции циклов  
рядов чисел Вольфа

Москва  
2009

УДК

V.A.Gorshkov

The features of the cycle migration in the Wolf number rows

Особенности миграции циклов  
в рядах чисел Вольфа

The paper presents statistical regularities of the cycle migration in the sunspot number series. The Wolf number series are compared with the 11-year period sinusoid. The peaks of activity are passing ahead of the maximums sinusoid at some intervals and are behind them at another ones. It is shown that the peaks of activity values are correlated with that phase shifts of the maximums.

The time series of the phase shifts can be forecasted because of relatively high coefficient of autocorrelation.

Рассматриваются закономерности миграции циклов в рядах солнечной активности. Сопоставление рядов чисел Вольфа с синусоидой с одиннадцатилетним периодом позволяет выявить закономерности

Рассматриваются закономерности изменения максимального значения числа Вольфа и времени его наступления. Доказывается наличие статистической связи максимальной активности с изменением фазы цикла. Показано, что процесс изменения фазы характеризуется относительно высокой степенью автокорреляции что создает предпосылки к его прогнозу.

Активность Солнца определяется количественными характеристиками различных изменяющихся структур (пятна, факелы, вспышки, протуберанцы и др.). Солнечные пятна количественно характеризуются числами Вольфа, которые ежемесячно регистрируются с 1749 г., а ежедневно - с 1818 г.

Рядом исследователей полагается, что наиболее достоверные значения чисел Вольфа представляют собой измерения, начиная с 1848 г. В этой связи в данной работе анализ проводился как по всем циклам 1-23, так и с 9-го по 23-й.

Во временном ряду чисел Вольфа, помимо гармонической составляющей, обнаружены и другие особенности: минимумы Дальтона, Маундера, Шпёрера, провалы Гневышева, коррелированность четных и нечетных циклов, выявленная Олем, Гневышевым, Копецким<sup>\*)</sup>.

Еще одной особенностью временного ряда чисел Вольфа является сам характер миграции их минимальных и максимальных значений.

Если принять за первый максимум среднемесячных чисел Вольфа 158,6, который имел место в ноябре 1749 г., а последний минимум (0,5) - в июле 2008 г., то средний период составляет 10,97 лет.

Рис. 1 представляет ряд среднемесячных чисел Вольфа с наложенной синусоидой с данным периодом.

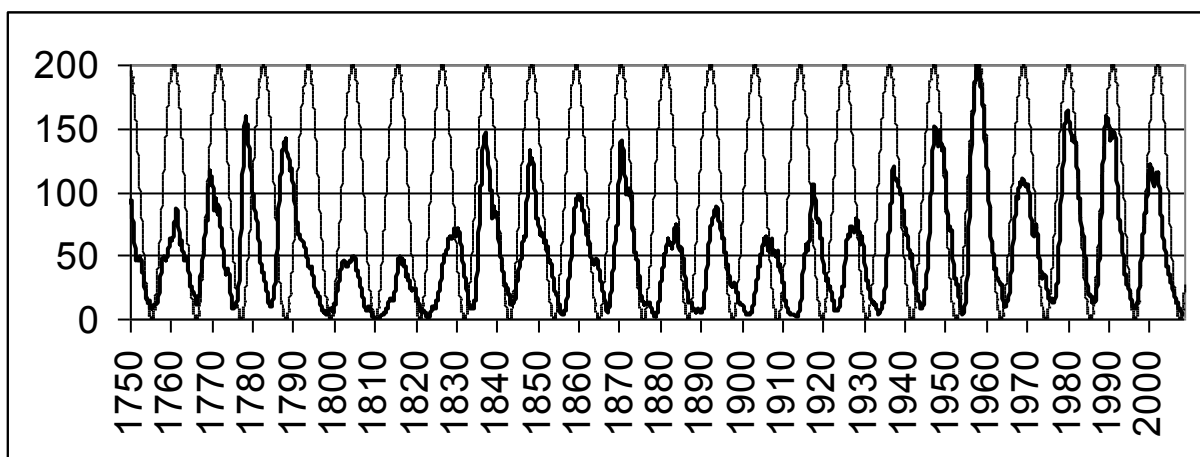
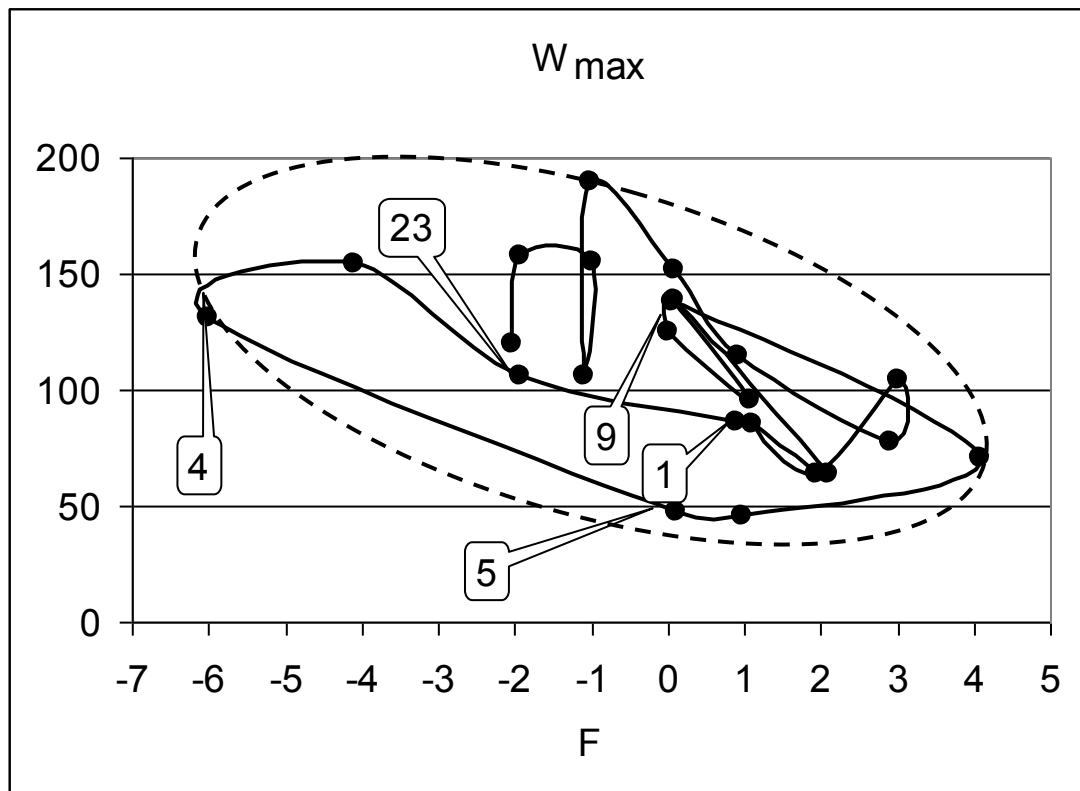


Рис. 1

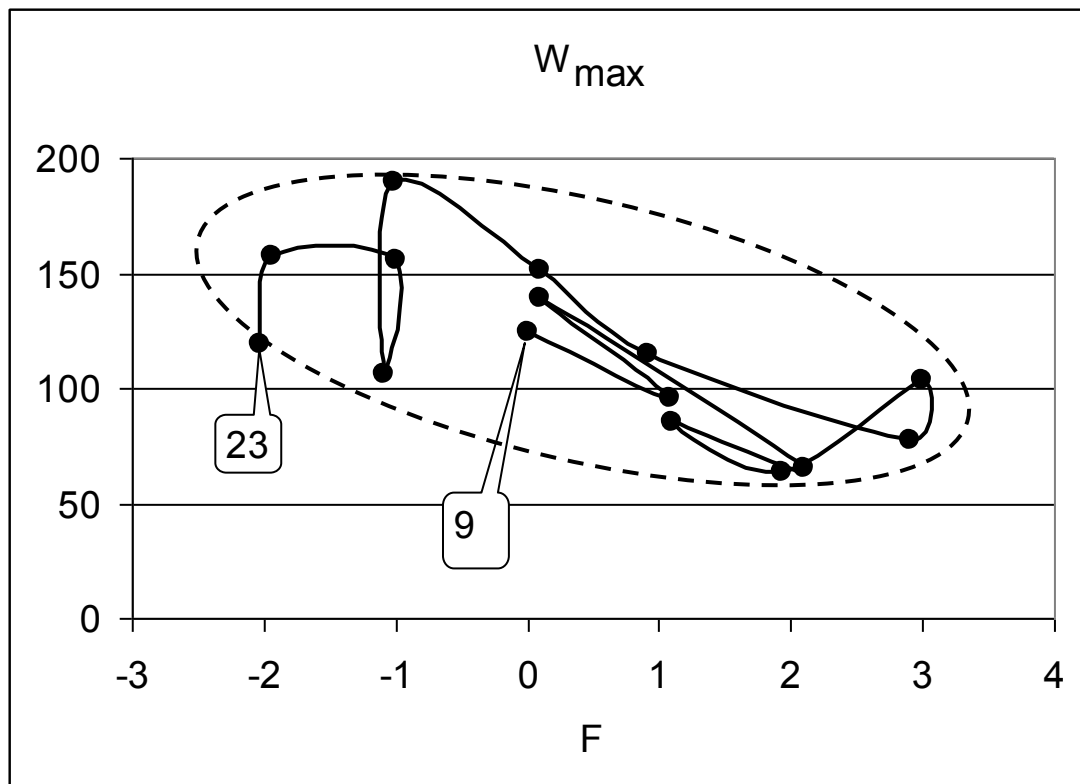
Из-за непостоянства длительности циклов на некоторых участках реальный ряд чисел Вольфа «опережает» идеальную синусоиду, на некоторых - «запаздывает» от неё. Причем, в четвертом цикле числа Вольфа находятся даже в противофазе относительно идеальной синусоиды.

Смещение циклов солнечных пятен относительно синусоиды можно оценивать разностью времен наступления максимальных их значений, т.е. фазовым смещением  $F$  (в дальнейшем фазой).

<sup>\*)</sup> Обридко В.Н. Магнитные поля и индексы активности. Стр.41-80. Плазменная гелиофизика. В 2-х т. Т1./Под ред. Л.М.Зеленого, И.С.Веселовского. М.: Физматлит, 2008. 672 с.



a)



б)

Рис. 2

Рис. 2 иллюстрирует миграцию координаты максимальной активности на плоскости «фаза ( $F$ ) - значение максимального числа Вольфа ( $W_{max}$ )», в циклах 1-23 (а) и 9-23 (б).

Как видно, данная координата изменяется не хаотично, принимая произвольные значения в диапазоне вариации фаз и максимальных значений, а мигрирует с относительно небольшими приращениями. Единственный большой скачок наблюдается между циклами 4 и 5.

При этом имеет место корреляция между фазой и значением максимальной активности как для всех 23 циклов, так и для циклов 9-23 (пунктиром представлен эллипс рассеивания).

Рис.3 представляет временные ряды фаз и чисел Вольфа.

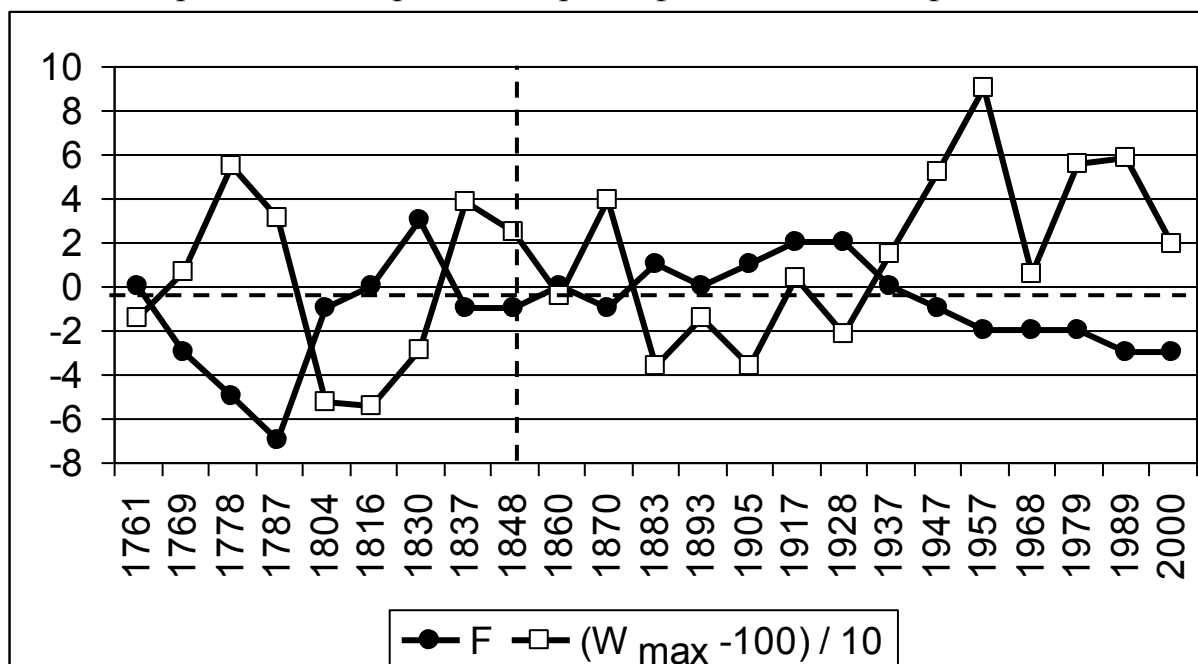


Рис.3

Для наглядности числа Вольфа представлены в центрированном и сопоставимом со значениями фаз виде, т.е. пересчитаны по формуле

$$W^* = (W - 100) / 10.$$

Из данного рисунка видно, что при смещении фазы в область отрицательных значений наблюдается повышение значений максимальной активности, при смещении фазы в область положительных значений - снижение.

Конечно, понятия «опережает», «запаздывает» - условны и определяются фазой синусоиды, с которой сравниваются числа Вольфа. Центрированность ряда фазовых смещений обусловлено выбором самой синусоиды, совмещенной с первым и последним циклом. При изменении фазы данной синусоиды значения фазовых смещений F будут смещаться относительно нуля, но их корреляция с максимальной активностью нарушаться не будет.

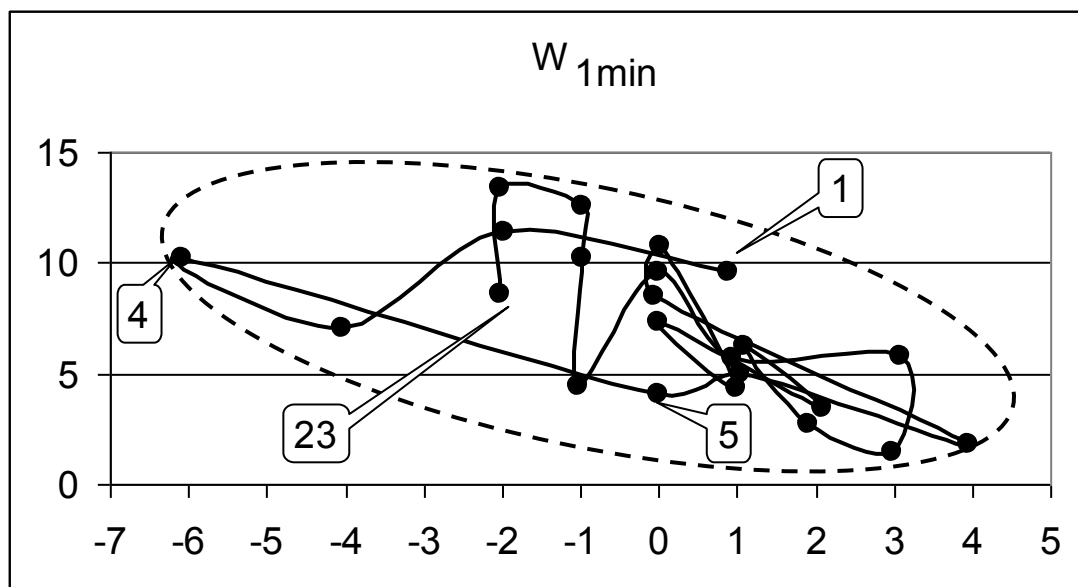
Аналогичные статистические связи наблюдаются между минимальной активностью и фазой. У цикла имеется два значения минимума: предшествующий максимуму ( $W_{1min}$ ) и следующий за ним ( $W_{2min}$ ).

Если между минимальной активностью  $W_{1min}$  и фазой F наблюдается достаточно тесная связь (рис.4), то между минимальной активностью  $W_{2min}$  и

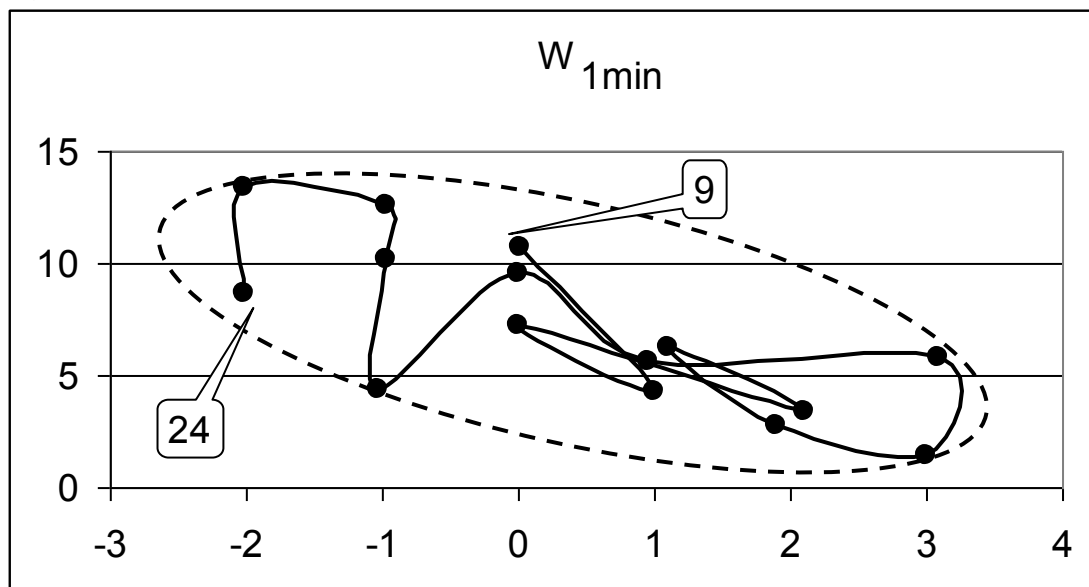
фазой статистическая связь практически отсутствует (рис.5). Такая закономерность присуща как для всех 23 циклов (а), так и для циклов 9-23 (б), что может быть объяснено тем, что зарождение новых пятен происходит до момента наступления минимума активности.

В какой-то степени данное обстоятельство обоснованность определения цикла начиная с года не максимального, а минимального значения числа Вольфа.

Связь фазы с минимальным значением активности является дополнительным фактором прогноза времени наступления ее максимума.

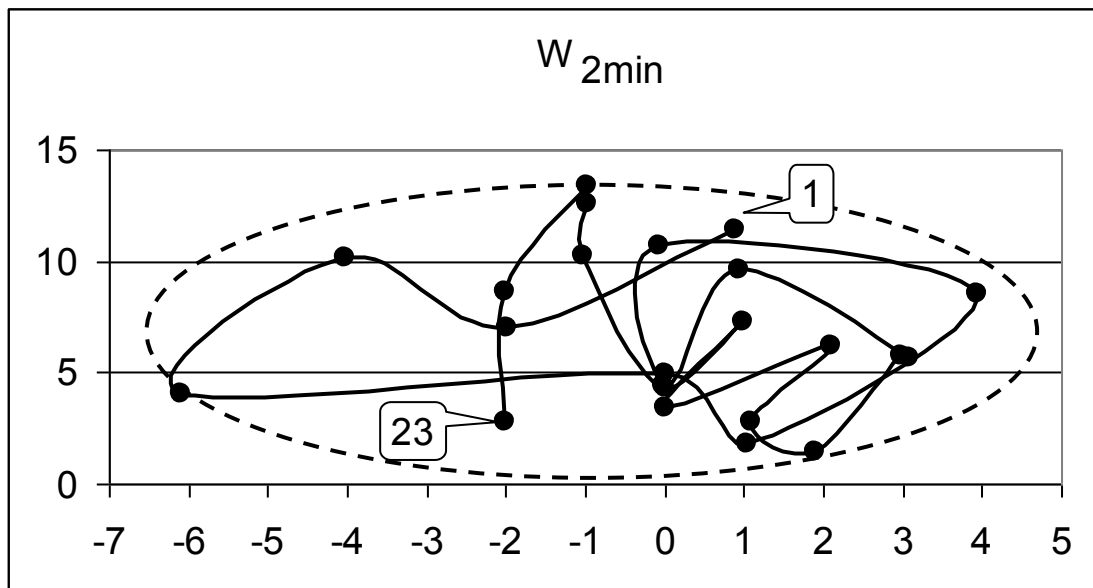


а)

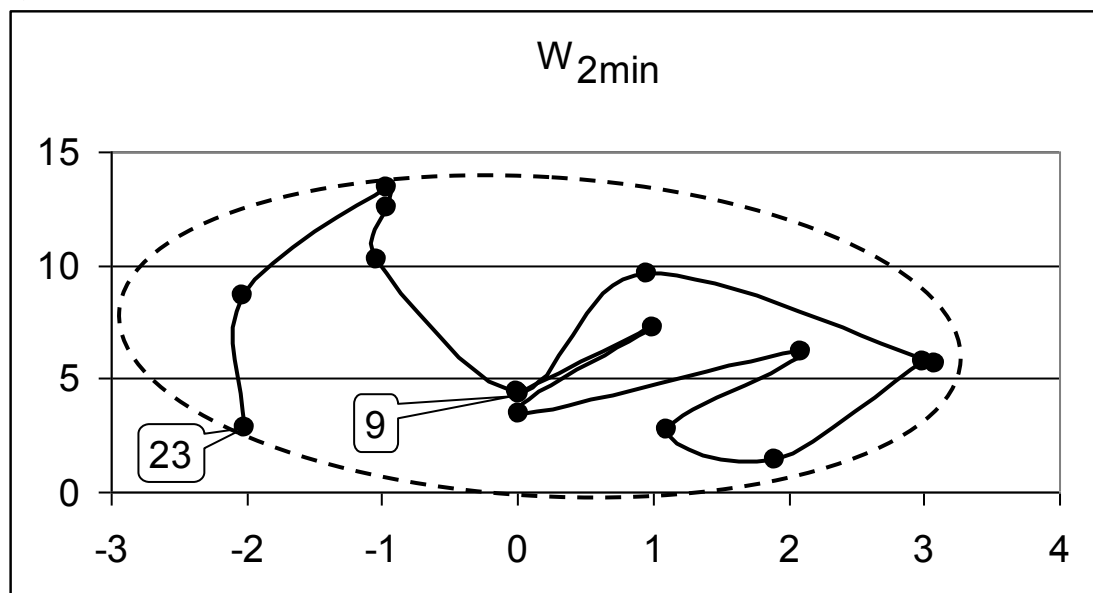


б)

Рис.4



а)



б)

Рис. 5

Табл. 1 представляет соответствующие эмпирические коэффициенты корреляции ( $r$ ) между максимальной ( $W_{max}$ ), минимальными ( $W_{1min}$ ,  $W_{2min}$ ) активностями и фазовым смещением  $F$ . В скобках указаны циклы, по которым оценивался коэффициент корреляции. В таблице приведены: - объем выборки ( $n$ ), эмпирическая средняя квадратическая ошибка в оценке коэффициента корреляции, значение  $t$ -критерия Стьюдента и уровень значимости (вероятность, с которой может быть принята нулевая гипотеза, т.е. гипотеза об отсутствии связи).

Как видно из таблицы, гипотезы о наличии связи максимальной активности, а также предшествующей ей минимальной активности с фазой могут быть приняты с весьма высокой вероятностью ( $1-\alpha$ ).

Вместе с этим, связь минимальной активности, следующей за максимальной, с фазой весьма слаба. Это может быть объяснено тем, что зарождение новых пятен, начинается еще задолго до времени минимальной активности. Т.е. минимальная активность является скорее характеристикой не текущего, а нового зарождающегося цикла.

Таблица 1

	r	n	Оценка СКО r	t-критерий Стьюдента	Уровень значимости, $\alpha$
$W_{\max}$ -F (1-23)	-0,57	23	0,18	3,19	0,004
$W_{\max}$ -F (9-23)	-0,72	15	0,19	3,72	0,003
$W_{1\min}$ -F (1-23)	-0,64	23	0,17	3,84	0,001
$W_{1\min}$ -F (9-23)	-0,78	15	0,17	4,43	0,001
$W_{2\min}$ -F (1-23)	-0,12	23	0,22	0,56	0,584
$W_{2\min}$ -F (9-23)	-0,35	15	0,26	1,34	0,203

Данное обстоятельство обуславливает невозможность прогнозирования следующей минимальной активности по текущему сдвигу фаз, но создает предпосылки прогноза сдвига фаз следующего цикла по текущему минимальному значению

Именно наличие факта миграции положения максимума активности во многом объясняет сложность его прогнозирования только на основании одномерного ряда чисел Вольфа.

Регрессионное уравнение связи максимальной активности с фазой для циклов 9-23 имеет вид

$$W_{\max} = bF + a = -16,2F + 123 .$$

Средние квадратические ошибки составляют

$$\sigma_b = 4,4; \sigma_a = 7,1; \sigma_{W_{\max}} = 27 .$$

Как видно, если гипотеза наличия связи максимальной активности с фазой может быть принята с высокой вероятностью, то само регрессионное уравнение характеризуется высокой средней квадратической ошибкой.

Также наблюдается связь максимальной активности с изменением фазы  $\Delta F$  (рис. 6).

Значимость данной связи также весьма высока (табл. 2).

Таблица 2

	r	n	Оценка СКО r	t-критерий Стьюдента	Уровень значимости, $\alpha$
$W_{\max}$ - $\Delta F$ (1-23)	-0,64	23	0,17	3,80	0,001
$W_{\max}$ - $\Delta F$ (9-23)	-0,60	15	0,22	2,69	0,019



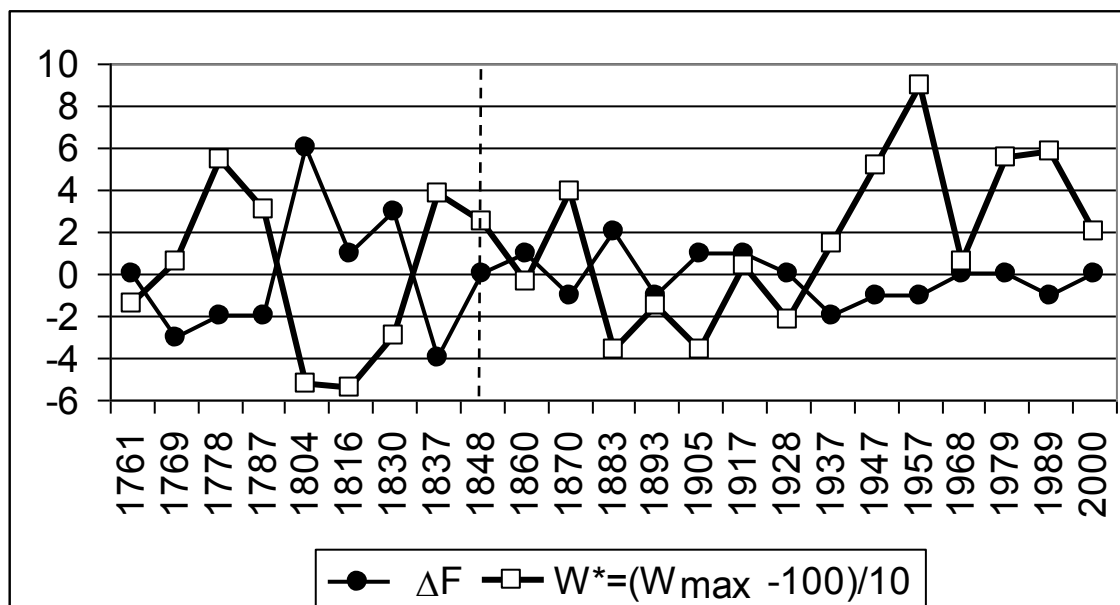


Рис. 6

Изменение фазы  $\Delta F$  равно изменению интервала времени между текущим максимумом активности и предшествующим, в связи с чем корреляции максимальной активности с фазой эквивалентны корреляциям с интервалом между максимальными значениями чисел Вольфа.

Так же наблюдается корреляция максимальной активности и с длительностью цикла  $T$ , т.е. с величиной интервала между следующим и предыдущим минимумами (рис. 7).

Однако, данная связь существенно слабее (табл.3), что может быть объяснено следующим. Фазовое смещение определялась по интервалу времён максимальных активностей, а длительность - по интервалу времён минимальных, которые в силу существенно меньших чисел Вольфа определяются с более высокой статистической погрешностью.

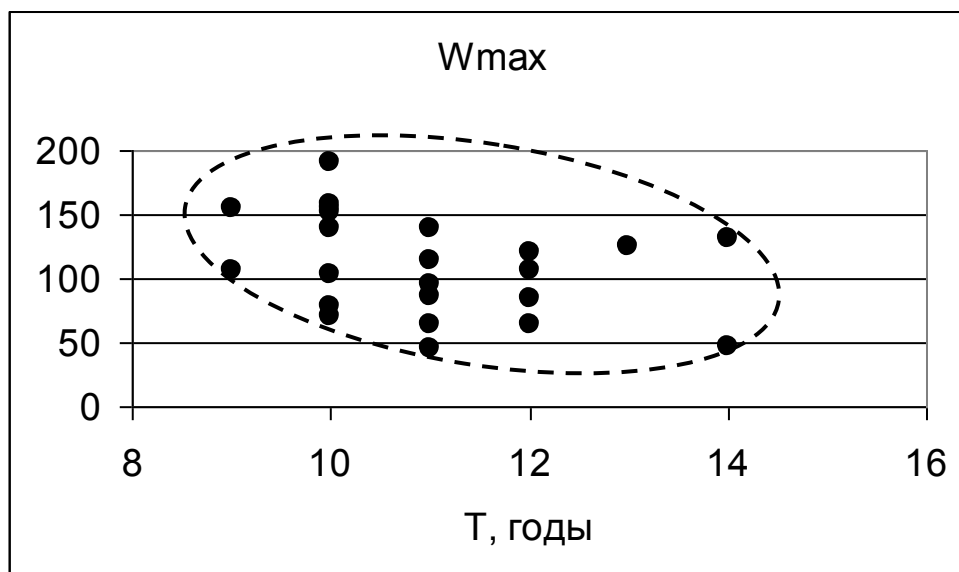


Рисунок 7

Таблица 3

	r	n	Оценка СКО r	t-критерий Стьюдента	Уровень значимости, $\alpha$
$W_{\max}-T$ (1-23)	-0,36	23	0,20	1,76	0,093
$W_{\max}-T$ (9-23)	-0,43	15	0,25	1,74	0,106

Связь максимальной активности с фазой сохраняется и в приращениях: изменение максимальной активности ( $\Delta W_{\max}$ ) - изменение фазы  $\Delta F$  - (рис.8, табл. 4).

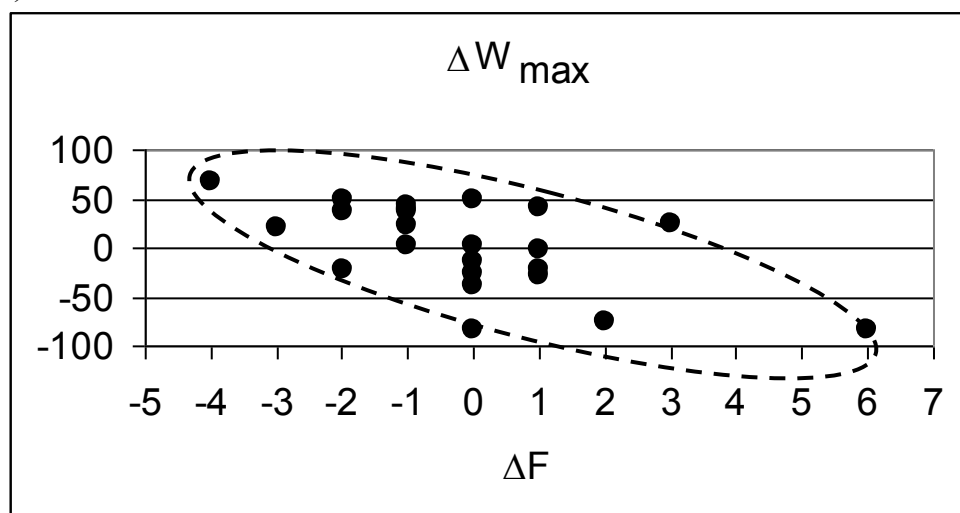


Рисунок 8

Таблица 4

	r	n	Оценка СКО r	t-критерий Стьюдента	Уровень значимости, $\alpha$
$\Delta W_{\max} - \Delta F$ (1-23)	-0,60	23	0,18	3,30	0,003

Миграция максимальной активности характеризуется относительно высокой степенью автокоррелированности, а, следовательно, и прогнозируемостью.

Табл. 5 представляет оценку двух первых значений автокорреляционной функции фазовых смещений в циклах 1-23 и 9-23.

Таблица 5

	r(k)	n	Оценка СКО r	t-критерий Стьюдента	Уровень значимости, $\alpha$
$r_1$ (1-23)	0,58	22	0,18	3,15	0,005
$r_2$ (1-23)	0,22	21	0,22	0,99	0,331
$r_1$ (9-23)	0,78	14	0,18	4,24	0,001
$r_2$ (9-23)	0,60	13	0,24	2,52	0,029

Как видно, наличие автокоррелированности процесса фазовых смещений подтверждается с высоким уровнем значимости. Однако дать достоверное заключение о значимом различии вторых коэффициентов автокорреляции, рассчитанных на разных периодах (1-23 и 9-23), нельзя, в силу относительно больших средних квадратических ошибок в их оценке.

Табл. 6 представляет рассчитанные значения коэффициентов моделей авторегрессии.

Таблица 6

Коэффициенты	Циклы: 1-23	Циклы: 9-23
$a_1$	0,67	0,77
$a_2$	-0,16	0,011

Так как, корни характеристического уравнения модели авторегрессии 2-го порядка

$$1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} = 1 - 0,67 z^{-1} + 0,16 z^{-2} = 0$$

комплексно-сопряжены и равны

$$z_{1,2} = \text{Re} \pm i \text{Im} = 0,335 \pm i0,23,$$

то можно предположить наличие периодичности во временном ряду фаз с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\text{arctg} \frac{\text{Im}}{\text{Re}}} = 10,6 \quad \text{циклов.}$$

Однако незначительная статистика (23 цикла) не позволяет с высокой степенью достоверности принимать гипотезу о наличии периодичности в данном процессе. Факт наличия гармонической составляющей может оставаться лишь гипотезой, подтверждение (или опровержение) которой может быть получено на основании изучения временных других характеристик и процессов.

#### Выводы

1. Гипотеза о наличии статистической связи между изменением фазового смещения цикла с максимальным значением числа Вольфа может быть принята с высокой степенью достоверности.

2. Временной ряд фазового смещения характеризуется значимым коэффициентом автокорреляции.

3. Модель временного ряда фазового смещения является дополнительным инструментом в арсенале средств прогноза времени наступления максимума чисел Вольфа и его значения.

055(02)2 Ротапринт ИКИ РАН  
117997, Москва, Профсоюзная, 84/32

---

Подписано к печати 16.06.2009

---

Заказ            Формат 70x1081/32    Тираж 75    0,4 уч.-изд.л.